
**BULLETIN**
**OF**
**ECONOMIC THEORY AND ANALYSIS**

Journal homepage: http://www.betajournals.org

# Vergi Tarifelerinin Matematiksel ve Grafiksel Yorumu

**Cihan Yüksel**

**To cite this article:** Yüksel, C. (2017). Vergi Tarifelerinin Matematiksel ve Grafiksel Yorumu. *Bulletin of Economic Theory and Analysis*, *2*(1), 1-12.

**Received: 08 Jan 2017**

**Accepted: 19 Jan 2017**

**Published online: 24 Mar 2017**

*Bulletin of Economic Theory and Analysis*

Volume 2, Issue 1, pp. 31-62, 2017

http://www.betajournals.org

# Vergi Tarifelerinin Matematiksel ve Grafiksel Yorumu

Cihan Yüksel[a]

[a] Yrd. Doç. Dr., Mersin Üniversitesi, İİBF, Maliye Bölümü, Mersin, TÜRKİYE

## ÖZ

Vergi tarife türlerini ayırt etmede ve vergi tarife yapılarını anlamada kullanılan en önemli araçlar ortalama vergi oranı ve marjinal vergi oranıdır. Bu iki değişkenin kendi içindeki seyri ile birbirleri arasındaki ilişki bize vergi tarifeleriyle ilgili birçok ipucu vermektedir. Bu çalışmada vergi tarifelerinin kuramsal altyapısının anlatılmasının ardından vergi tarifeleriyle ilgili belli önermelerin ispatlanması yoluyla matematiksel altyapı ortaya konmuştur. Her vergi tarife türü için ayrı ayrı vergi miktarı, ortalama vergi oranı ve marjinal vergi oranı formülize edilmiş ve bunlar arasındaki ilişkiler matematiksel olarak gösterilmiştir. Daha sonra da ortalama vergi oranı eğrisinin belli koşullar altındaki seyri geometrik olarak yorumlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler**
Vergi Tarifeleri, Artan Oranlılık, Ortalama Vergi Oranı, Marjinal Vergi Oranı

**JEL Kodu**
D63, H20, H24.

**CONTACT** Cihan YÜKSEL, ✉ cihanyuksel@mersin.edu.tr Mersin Üniversitesi, İİBF, Maliye Bölümü, Mersin, TÜRKİYE

# Mathematical and Graphical Interpretation of Tax Tables

## ABSTRACT

The average tax rate and the marginal tax rate are the most important tools used to distinguish tax table types and perceive structure of tax table. The relationship between these two variables and progress within themselves gives us many clues about the tax tables. In this study, after describing the theoretical background of tax tables, the mathematical background has been put forward by proving some proposals related to tax tables. The tax amount, the average tax rate and the marginal tax rate are formulated separately for each tax table type and the relationships among them are shown mathematically. Then the progress of the average tax rate curve under certain conditions is interpreted geometrically.

**Keywords**
Tax Tables, Progression, Average Tax Rate, Marginal Tax Rate

**JEL Classification**
D63, H20, H24

## 1. Giriş

Vergilemenin mali (fiskal) fonksiyonu dışında ekstra-fiskal fonksiyonları da vardır. Vergilemenin sosyal amacı, bu ekstra-fiskal fonksiyonlardan biridir. Bu nedenle ekonomide "kendiliğinden" oluşan gelir dağılımı adaletsizliğini düzeltmenin bir yolu da vergileme politikasıdır. Sağlam bir vergi sistemi ve doğru vergi politikaları, vergilemenin diğer amaçlarıyla beraber adalet amacını da sağlayabilecektir. Vergi türlerinin seçimi, vergi mükellefiyetinin tanımı, muafiyet ve istisnalarla vergi indirimlerinin yapısı, üretim faktörlerinin vergilendirilme politikaları, vergi tarifelerinin yapısı gibi unsurlar gelir dağılımında adaletin sağlanmasında vergilemenin etkilerini belirleyen unsurlardır. Burada vergi tarifelerinin yapısı derken kastedilen, vergi oranlarının matrahla birlikte değişen seyri, vergi oranlarının ivmesi, vergi dilimi sayısı, vergi dilimi matrah aralıkları, yükseklik farkı, uzunluk farkı gibi değişkenlerdir.

Vergilemede adalet tartışmalarında genel kabul gören hedeflerden biri de artan oranlılığı sağlamaktır. Vergi matrahı arttıkça uygulanan vergi oranlarının yapısı, gelir grupları arasındaki vergi sonrası gelir ilişkilerini düzeltiyorsa artan oranlılıktan bahsedilebilir. Artan oranlılığın sağlanması için önerilen farklı vergi tarife türleri bulunmaktadır. Bunlardan en yaygın olarak bilineni, matrahla birlikte vergi oranlarının da arttığı artan oranlı vergi tarifesidir. Ancak düz oranlı vergi tarifesinin de artan oranlılığı ve adaleti sağladığı iddia edilmektedir. Eşit oransal fedakarlık ile adaletin sağlanması ve belli bir miktar vergi indirimi yoluyla gizli artan oranlılığın sağlanması bu fikrin temel argümanlarıdır.

Artan oranlılık sadece vergilemede adalete katkıda bulunmaz, aynı zamanda otomatik istikrarlandırıcılık vazifesi de görür. Bu nedenle maliye politikasının gelir dağılımında adalet ve ekonomik istikrar gibi iki ayrı amacına da hizmet eder.

Vergilemenin en temel ilkelerinden biri olan adaletin sağlanmasında önemli bir role sahip olan vergi tarifelerinin gerek matematiksel gerekse de grafiksel olarak incelenmesi önem arz etmektedir. Zira vergi tarifeleriyle ilgili ortaya konabilecek bazı kuralları matematiksel olarak ispat etmek ve buradan genel yargılara varmak maliye literatürüne önemli bir katkı olacaktır.

Buradan hareketle çalışmamızda öncelikle vergi tarifelerinin kuramsal altyapısı anlatılacak; ardından vergi tarifeleriyle ilgili belli önermelerin ispatlanmasıyla matematiksel alt yapı ortaya konacak; daha sonra da ortalama vergi oranı eğrisinin belli koşullar altındaki seyri geometrik olarak yorumlanacaktır.

## 2. Vergi Tarifelerinin Kuramsal Altyapısı

Vergilemede adalet tartışmaları geleneksel yaklaşımlardan günümüze kadar süregelmiş bir alandır. Söz konusu tartışmalar iki temel yaklaşım üzerine kuruludur. Bunlardan ilki fayda yaklaşımıdır ve buna göre bireyler kamusal mal ve hizmetlerden elde ettikleri fayda ölçüsünde vergi verdiğinde adalet sağlanmış olacaktır. Bu yaklaşımın vergiyi fiyata benzetme eğiliminde olduğu aşikârdır. Bir diğeri ise ödeme gücü yaklaşımıdır ve buna göre bireyler mali güçleri oranında vergi verdikleri takdirde adalet sağlanmış olacaktır. Adaletin sağlanmasında ödeme gücü ilkesinin ilk defa İtalyan iktisatçı Guiccardini tarafından öne sürüldüğünü söyleyebiliriz (Sancar & Şentürk, 2012).

Vergilemede adalet konusundaki her iki yaklaşım da yatay ve dikey adaleti sağladıklarını iddia ederler. Yatay adalet, aynı durumda olanların (aynı fayda veya ödeme gücü) aynı vergiyi ödemesi iken; dikey adalet, farklı durumda olanların (farklı fayda veya ödeme gücü) farklı vergi ödemesidir (Musgrave, 2002). Yatay ve dikey adaleti sağlayacak bir vergi sisteminin belirlenmesinde vergiye konu olan gelir ile uygulanacak vergi oranları arasında önemli bir bağ vardır. Bu da vergi tarifelerinin önemini göstermektedir. Söz konusu ilişki artan oranlılık (progressivity), azalan oranlılık (regressivity) ve düz oranlılık (proportionality) gibi sonuçlar doğurmaktadır.

Artan oranlılık ve azalan oranlılık tanımlanması kolay olmayan kavramlar olsa da, bu kavramların tanımlanmasında en sık kullanılan araçlar ortalama vergi oranı ve marjinal vergi oranı olmuştur. Ortalama vergi oranı ödenen vergilerin gelire oranı iken, marjinal vergi oranı ödenen vergideki değişimin gelirdeki değişime oranıdır (Rosen, 1998). Literatürdeki yaygın kanı, gelir arttıkça ortalama vergi oranının seyrine göre vergi oranı yapısının belirlenebileceğidir. Ortalama vergi oranı gelir ölçeği artarken artarsa vergi oranı yapısı artan oranlıdır (progressive); ortalama vergi oranı sabit kalırsa oransaldır (proportional), yani düz oranlıdır; ortalama vergi oranı gelir artışıyla birlikte azalıyorsa azalan oranlıdır (regressive). Bir başka ifadeyle, marjinal vergi oranı ortalama vergi oranını aşarsa oran yapısı artan oranlıdır; ortalama vergi oranına eşitse düz oranlıdır; ortalama vergi oranının altında kalırsa azalan oranlıdır (Musgrave & Thin, 1948).

Barro ve Sahasakul (1983), özellikle de dilim usulünün uygulandığı kişisel gelir vergilerinde ortalama vergi oranının, vergilemenin dağılımsal etkilerini belirlemede yeterli bir temel sağlayamadığını iddia etmektedir. Bu nedenle de ortalama marjinal vergi oranı kavramının daha doğru göstergelere sahip olduğunu söylemektedir. Buna göre ortalama marjinal vergi oranı, farklı gelirlere sahip ekonomik ajanların marjinal vergi oranlarının ağırlıklı bir ortalamasıdır. Bartolome (1995) ise marjinal iktisadi kararlar alırken ortalama vergi oranını marjinal vergi oranı gibi kullanan bireylerin oldukça fazla olduğunu davranış bilimleri perspektifinden tespit etmiştir.

Rosen (1998)'a göre artan oranlı bir vergi sisteminin ölçülmesinde iki temel yol kullanılabilir. Bunlardan ilki, ortalama vergi oranlarındaki değişimin gelirdeki değişime oranlanmasıdır. İkincisi ise, ödenen vergideki yüzdesel değişimin gelirdeki yüzdesel değişime oranlanmasıdır ki buna vergi esnekliği denilmektedir. Her iki değerin de artması artan oranlılığın da arttığı anlamına gelmektedir. Musgrave ve Musgrave (1989) ise bu ölçüm yollarına bir tane daha ilave etmiştir: vergi sonrası gelirdeki yüzdesel değişimin vergi öncesi gelirdeki yüzdesel değişime oranlanması. Musgrave ve Thin (1948) ise diğer üç yönteme ilave olarak, marjinal vergi oranındaki değişimin vergi öncesi gelirdeki değişime oranından da bahsetmiştir. Zira Musgrave ve Thin (1948)'in çalışması, artan oranlılığın ölçülmesi konusunda öncü çalışmalardandır ve diğer bütün çalışmaların temelini oluşturmaktadır.

Hayes, Lambert ve Slottje (1995)'e göre, marjinal ve ortalama vergi oranlarıyla tanımlanan vergi yükümlülüğü genellikle insanların sadece gelir seviyelerine göre belirlenmektedir. Ancak gerçekte insanların vergi yükümlülükleri gelir dışı karakteristiklerine de bağlıdır. Bu gelir dışı unsurlar insanların medeni halleri, yaşları, ev sahibi olup olmamaları, faiz oranları, yaşam sigortaları, hayırsever bir bağışçı olmaları vb. özelliklerdir. Bu nedenle gelir dışı unsurların da göz önünde bulundurularak vergi tarifelerinin oluşturulması artan oranlılığı ölçmede daha gerçekçi olacaktır.

Artan oranlı vergilemenin kuramsal altyapısını gelirin azalan verimler kanunu oluşturabilmektedir. Üst gelir gruplarının gelirinin marjinal faydasının alt gelir gruplarınınkinden daha düşük olduğu ön kabulüyle tüm gelir gruplarına aynı vergi oranı uygulandığında, verginin yaratacağı refah kaybı üst gelir gruplarında daha az ve alt gelir gruplarında daha fazla olacaktır (Gwartney & Long, 1985). Bu nedenle herkesin eşit oranda vergi ödemesi, eşit fedakârlık gösterildiği anlamına gelmemekte, bilakis düşük gelir gruplarının daha fazla fedakârlık gösterdiğini işaret etmektedir (Yılmaz, 2006). Üst gelir gruplarından alınan bir birimlik verginin toplumsal refahı azaltıcı etkisinin düşük gelir gruplarından alınan bir birimlik verginin toplumsal refahı azaltıcı etkisinden daha az olması, artan oranlı vergilemeyi gerekli kılmaktadır.

Artan oranlı vergi tarifesini eleştirenler ise daha çok şu argümanlar üzerinde durmaktadır (Karayılmazlar & Kargı, 2008): (a) yüksek marjinal oranların vergi sonrası getiriyi azaltması, aşırı yük ve refah kaybını artıracak ve ekonomik faaliyetleri caydıracaktır; (b) ikame etkisi nedeniyle emek arzı üzerinde olumsuz etki doğuracaktır; (c) yüksek marjinal vergi oranları, tasarruf eğilimi yüksek üst gelir gruplarını kapsadığından, özel tasarrufları azaltıcı bir etki yaratacaktır; (d) yatırımları olumsuz etkileyecektir; (e) mali sürüklenme nedeniyle özellikle de sabit gelirlilerin reel gelirinin azalmasına yol açacaktır; (f) kayıt dışılık artacaktır; (g) yabancı sermaye yatırımlarını çekme konusunda ülkelerin cazibelerini yitirmesine yol açacaktır.

Slemrod (1998), artan oranlılığın bireylerin gelirlerinin belirli bir bölümünü tasarruf etme haklarını ellerinden alan ve aslında düşük gelir gruplarına adalet dağıtmayan bir mekanizma olduğunu ifade etmektedir. Ancak vergi dışı bırakılan tasarrufların kesinlikle yatırıma döneceği garantisi de bulunmamaktadır. Bu nedenle tasarrufların vergi dışı bırakılması, kesin olmayan bir ekonomik büyümeye katkı ile birlikte kesin bir gelir dağılımı adaletsizliği getirecektir.

Düz oranlı vergileme fikrinin tartışılmasının başlangıcı olarak ise Friedman (1962/2002) kabul edilebilir. Ancak daha sonra düz oranlı vergileme konusunda detaylı katkılarda bulunan isimler Hall ve Rabushka (1995) olmuştur. Her ne kadar düz oranlı vergilemeyi savunanların en büyük argümanları eşit oransal fedakârlık fikri ve belli bir miktar vergi indirimi uygulayarak gizli artan oranlılığı sağlamak olsa da, gelirin azalan marjinal faydası ve eşit marjinal fedakarlık fikri burada göz ardı edildiğinden, gelir dağılımında adaletin bozulmasında düz oranlı vergilerin rolü yadsınamaz.

Vergi oranları ve vergi sisteminin ekonomik büyüme üzerindeki etkileri de geniş bir literatüre sahiptir. Padovano ve Galli (2002), yirmi beş sanayileşmiş ülke için yaptığı panel analizinde marjinal efektif vergi oranlarının ve artan oranlı vergilemenin ekonomik büyüme üzerinde negatif bir etkiye sahip olduğunu, ancak ortalama vergi oranının çıktı dinamiklerini etkilemediğini göstermiştir.

Artan oranlılık ve azalan oranlılık konusunda birçok ampirik çalışma yapılmıştır. Ancak bütün vergi tarifelerinde geçerli olan bazı ortak özellikler vardır. Bunlardan ilki, gelir sıfır iken verginin de sıfır olması durumudur. İkincisi, küçük gelirden alınan verginin büyük gelirden alınan vergiden büyük olamayacağıdır. Üçüncüsü, bir verginin aynı anda hem artan hem de azalan oranlı olamayacağıdır. Dördüncüsü ise, ödenecek verginin matrahtan büyük olamayacağıdır (Edizdoğan, Çetinkaya & Gümüş, 2015). Bu ortak özellikler ışığında vergi tarifelerinin matematiksel açıklamasını yapmak anlamlı olacaktır.

## 3. Vergi Tarifelerinin Matematiksel Altyapısı

Bir mükellefin harcanabilir geliri ($Y_d$), vergiye temel olan geliri ile ödediği vergi miktarı arasındaki farka eşittir:

$$Y_d = B - T \tag{1}$$

Burada $B$ vergi matrahı olan geliri, $T$ ise vergi miktarını göstermektedir. Ödenen vergi miktarı gelirin bir fonksiyonudur $[T(B)]$ ve ortalama vergi oranı $(a)$, mükellefin ödediği vergi miktarının matraha bölünmesi suretiyle bulunur:

$$a(B) = \frac{T(B)}{B} \tag{2}$$

Burada ödenen vergi miktarı, sıfır ile matrah değeri arasında bir değer alabilir:

$$0 \leq T(B) \leq B \tag{3}$$

Marjinal vergi oranı $(m)$ ise ödenen vergideki değişimin matrahtaki değişime oranı olduğuna göre, vergi yükümlülüğünü gösteren fonksiyonun türevi ile ifade edilebilir:

$$m(B) = T'(B) \tag{4}$$

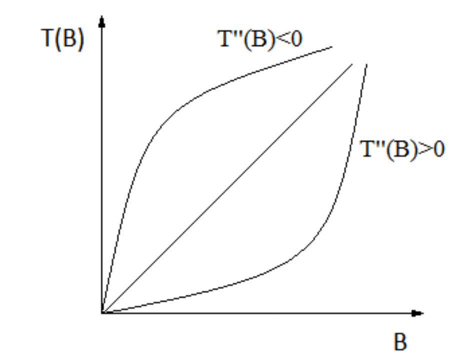
Buna göre marjinal vergi oranı fonksiyonu, uygulanan vergi tarife türünü anlamamızı sağlamaz. Çünkü söz konusu fonksiyon her daim pozitiftir. Bu nedenle vergi tarifesi türünü tespit etmenin yolu, vergi yükümlülüğü fonksiyonunun ikinci türevinden geçmektedir.

**Önerme 1:** Bir vergi tarifesinde vergi yükümlülüğü fonksiyonunun ikinci türevi sıfırdan küçükse azalan oranlı tarife, sıfırdan büyükse artan oranlı tarife, sabit değerse düz oranlı tarife söz konusudur.

**İspat 1:** Bilindiği üzere, bir vergi tarifesinde vergi yükümlülüğü fonksiyonunun birinci türevi daima pozitiftir $[T'(B) > 0]$. Çünkü tarife türü ne olursa olsun, matrah arttıkça ödenen vergi miktarı da artmaktadır. $B_1 < B_2$ iken $T(B_1) < T(B_2)$ olduğundan $T(B)$ fonksiyonu artandır ve artan fonksiyonun türev daima pozitiftir.

Vergi tarifesi türünü anlamak için ise vergi yükümlülüğünün ivmesini tespit etmek gerekir. Buna göre, vergi yükümlülüğü fonksiyonunun ikinci türevi sıfırdan küçükse azalan oranlı tarife, sıfırdan büyükse artan oranlı tarife, sabit değerse düz oranlı tarife söz konusudur. Bu önermenin matematiksel ve grafiksel gösterimi şu şekildedir:

$T''(B) < 0$ ise azalan oranlı tarife
$T''(B) > 0$ ise artan oranlı tarife
$T''(B) = m$ ise düz oranlı tarife




Vergi tarifelerinin farklılığı sadece vergi yükü fonksiyonu ile sınırlı değildir. Ödenecek verginin hesaplanması, ortalama vergi oranı ile marjinal vergi oranı arasındaki ilişki vb. birçok konuda tarife türleri arasında farklılıklar oluşmaktadır. O halde, vergi tarife türlerinin matematiksel gösteriminin ayrı yapılması gerekir.

Ortalama vergi oranı aynı zamanda $[T(B)]/B$ şeklinde de gösterilebilir. Buna göre bir verginin artan oranlı olabilmesi için

$$\frac{d\left[\frac{T(B)}{B}\right]}{d\,B} > 0 \tag{5}$$

olması gerekmektedir. Yukarıdaki değer sıfırdan küçük ise azalan oranlı vergileme, sıfıra eşitse düz oranlı vergileme söz konusudur.

$m = T'(B)$ ve $a = [T(B)]/B$ olduğuna göre,

$$\frac{d\left[\frac{T(B)}{B}\right]}{d\,B} = \frac{1}{B^2}[B\,T'(B) - T(B)] = \frac{1}{B}\left[T'(B) - \frac{T(B)}{B}\right] = \frac{1}{B}(m - a) \tag{6}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan çıkarılacak sonuç, artan oranlılığın belirlenmesinde marjinal vergi oranı ile ortalama vergi oranı arasındaki farkın önemli olduğudur. $(m - a) > 0$ ise artan oranlı vergileme, $(m - a) < 0$ ise azalan oranlı vergileme ve $(m - a) = 0$ ise düz oranlı vergileme söz konusudur (Musgrave & Thin, 1948).

### 3.1. Artan Oranlı Vergi Tarifesi

Bir vergi tarifesinde *n*, vergi dilimi sayısı olmak üzere; *b*, vergi dilimi matrah aralıklarının alt ve üst sınırlarını; *B*, matrahı; *t*, vergi oranını; *T*, ödenecek vergiyi; *a*, ortalama vergi oranını; *m* ise marjinal vergi oranını göstermektedir.

Buna göre matrah aralıkları $0 - b_1,\ b_1 - b_2,\ b_2 - b_3,\ \ldots\ ,\ b_{n-1} - b_n$ şeklinde artarken vergi oranları da $0 < t_1 < t_2 < t_3 < \cdots < t_n$ şeklinde artmaktadır. Bu durum, söz konusu tarifenin artan oranlı olduğunu göstermektedir.

*B*, her vergi dilimindeki matrah aralığına giren herhangi bir matrah değerini göstermektedir. Bir başka ifadeyle matrah değeri

$$0 < B_1 \leq b_1 < B_2 \leq b_2 < B_3 \leq b_3 < \cdots \leq b_{n-1} < B_n \leq b_n$$

şeklinde sırlanabilir.

Matrah arttıkça uygulanan vergi oranı da arttığından her vergi dilimi için hesaplanan vergi miktarı da artmaktadır. Yani $T_1 < T_2 < T_3 < \cdots < T_n$ olmaktadır.

Artan oranlı vergi tarifesinde iki ayrı hesaplama yönteminden bahsedebiliriz. Bunlar sınıf usulü (basit) artan oranlı tarife ve dilim usulü artan oranlı tarifedir. Bu iki hesaplama farklılığı, matematiksel ve grafiksel gösterimlerde de bazı farklılıklara neden olmaktadır.

*Sınıf Usulü:*

Her bir gelir düzeyinin tekabül ettiği vergi dilimindeki vergi oranının, söz konusu gelirin tamamına uygulanarak verginin hesaplanması durumu sınıf usulü olarak ifade edilir. Böylece her bir dilimde hesaplanan vergi miktarı bir öncekinden daha fazla olmaktadır. Sınıf usulünde ortalama vergi oranı her zaman cari vergi oranına eşittir ve bu nedenle sıfır ile bir arasında bir değer alabilmektedir $[0 < a \leq 1]$. Aynı vergi dilimi içindeki bir matrah artışına dayalı marjinal vergi oranı da cari vergi oranına eşittir. Buna göre sınıf usulünde ortalama vergi oranı, marjinal vergi oranı ve cari vergi oranı birbirine eşittir. Ancak farklı vergi dilimleri arasındaki matrah artışına dayalı marjinal vergi oranı, marjinal vergi oranı ile cari vergi oranından farklılık göstermektedir.

Her satır bir vergi dilimini ifade etmekle birlikte, sınıf usulü (basit) artan oranlı tarifenin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir:

Tablo 1

*Sınıf Usulü (Basit) Artan Oranlı Tarifenin Matematiksel Gösterimi*

| Matrah Aralığı | Ödenecek Vergi | O.V.O. | M.V.O. | Açıklama |
|---|---|---|---|---|
| $0 - b_1$ | $T_1 = B_1 t_1$ | $a_1 = \frac{T_1}{B_1} = t_1$ | - | $a_1 = t_1$ |
| $b_1 - b_2$ | $T_2 = B_2 t_2$ | $a_2 = \frac{T_2}{B_2} = t_2$ | $m_2 = \frac{T_{21} - T_{22}}{B_{21} - B_{22}}$ | $a_2 = m_2 = t_2$ |
| $b_2 - b_3$ | $T_3 = B_3 t_3$ | $a_3 = \frac{T_3}{B_3} = t_3$ | $m_3 = \frac{T_{31} - T_{32}}{B_{31} - B_{32}}$ | $a_3 = m_3 = t_3$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $b_{n-1} - b_n$ | $T_n = B_n t_n$ | $a_n = \frac{T_n}{B_n} = t_n$ | $m_n = \frac{T_{n1} - T_{n2}}{B_{n1} - B_{n2}}$ | $a_n = m_n = t_n$ |

*Dilim Usulü:*

Vergilendirilecek matrahın her bir dilimdeki matrah aralığına tekabül eden kısmının, o dilimdeki orana tabi tutulmak suretiyle ödenecek verginin hesaplanmasını dilim usulü olarak ifade edebiliriz.

Sınıf usulü dikey adaleti sağlasa da yatay adaleti sağlama konusunda yetersiz kalabilmektedir. Dilim usulü artan oranlı tarife hem yatay hem de dikey adaletin sağlanması açısından daha başarılıdır. Çünkü söz gelimi 2000 TL gelir elde eden bir kişi, matrahının 1000 TL'si için 1000 TL gelir elde edenle aynı oranda vergiye tabi tutularak yatay adaleti sağlamış olmakta; matrahının 1000 TL'yi aşan her bir lirası için daha yüksek bir oranda vergiye tabi tutularak dikey adaleti sağlamış olmaktadır.

Vergi oranı $0 \leq t \leq 1$ olmak üzere $0 < t_1 < t_2 < t_3 < \cdots < t_n$ şeklinde yazılabilir. Matrah ise, $0 \leq B \leq \infty$ arasında bir değer almaktadır. Dilim usulünde her matrah seviyesi için hesaplanan vergi miktarı, sınıf usulüne göre hesaplanan vergi miktarından daha düşüktür. Zira sınıf usulünde matrahın tamamı aynı vergi oranına tabi tutulurken, dilim usulünde bazı matrah aralıkları daha düşük vergi oranına tabi olmaktadır. Ancak her iki hesaplama türünde de ilk vergi diliminin ödenecek vergi miktarı aynıdır.

Dilim usulü artan oranlı tarifede ödenecek vergi miktarının matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir:

Tablo 2

*Dilim Usulü Artan Oranlı Tarifede Ödenecek Vergi Miktarının Matematiksel Gösterimi*

| **Matrah Aralığı** | **Ödenecek Vergi** | **Açıklama** |
|---|---|---|
| $0 - b_1$ | $T_1 = B_1 t_1$ | $0 < B_1 \leq b_1$ |
| $b_1 - b_2$ | $T_2 = (b_1 t_1) + (B_2 - b_1) t_2$ | $b_1 < B_2 \leq b_2$ |
| $b_2 - b_3$ | $T_3 = (b_1 t_1) + (b_2 - b_1) t_2 + (B_3 - b_2) t_3$ | $b_2 < B_3 \leq b_3$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $b_{n-1} - b_n$ | $T_n = (b_1 t_1) + (b_2 - b_1) t_2 + (b_3 - b_2) t_3 + \cdots + (B_n - b_{n-1}) t_n$ | $b_{n-1} < B_n \leq b_n$ |

Ortalama vergi oranı, vergi miktarının matraha oranlanması suretiyle bulunduğuna göre, dilim usulünde ilk vergi diliminin ortalama vergi oranı sınıf usulünün ortalama vergi oranıyla aynıdır. Bu nedenle ilk dilimde ortalama vergi oranı, cari vergi oranıyla ve aynı vergi dilimi içindeki bir matrah artışına dayalı marjinal vergi oranıyla eşittir. Ancak daha sonraki vergi dilimlerinde ortalama vergi oranı, cari vergi oranından ve marjinal vergi oranından daha küçüktür.

Dilim usulü artan oranlı tarifede ortalama vergi oranının matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir:

Tablo 3

*Dilim Usulü Artan Oranlı Tarifede Ortalama Vergi Oranının Matematiksel Gösterimi*

| **Matrah Aralığı** | **Ortalama Vergi Oranı** | **Açıklama** |
|---|---|---|
| $0 - b_1$ | $a_1 = \frac{T_1}{B_1} = \frac{B_1 t_1}{B_1}$ | $a_1 = m_1$<br>$a_1 = t_1$<br>$a_1 \leq 1$ |
| $b_1 - b_2$ | $a_2 = \frac{T_2}{B_2} = \frac{(b_1 t_1) + (B_2 - b_1)t_2}{B_2}$ | $a_2 < m_2$<br>$a_2 < t_2$<br>$a_2 < 1$ |
| $b_2 - b_3$ | $a_3 = \frac{T_3}{B_3} = \frac{(b_1 t_1) + (b_2 - b_1)t_2 + (B_3 - b_2)t_3}{B_3}$ | $a_3 < m_3$<br>$a_3 < t_3$<br>$a_3 < 1$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $b_{n-1} - b_n$ | $a_n = \frac{T_n}{B_n} = \frac{(b_1 t_1) + (b_2 - b_1)t_2 + (b_3 - b_2)t_3 + \cdots + (B_n - b_{n-1})t_n}{B_n}$ | $a_n < m_n$<br>$a_n < t_n$<br>$a_n < 1$ |

Dilim usulünde ilk vergi dilimi hariç $0 < a < 1$ olduğu söylenebilir. İlk vergi diliminde ortalama vergi oranı % 100 (yani 1'e eşit) olabilmekte, diğer dilimlerde ise daima % 100'ün (yani 1'in) altında olmaktadır.

**Önerme 2:** Dilim usulünde vergi oranı % 100 olsa bile (*t=1*), mükellef gelirinin tamamını vergi olarak ödemez. Çünkü ortalama vergi oranı % 100'ün altındadır (*a<1*). Bu durum tarifenin ilk dilimi için geçerli değildir.

**İspat 2:** Her bir vergi diliminde vergi oranının % 100 (yani *t=1*) olması durumunda çıkacak sonucu değerlendirelim.

Eğer $t_1 = 1$ ise $T_1 = B_1$ ve $a_1 = \frac{T_1}{B_1} = 1$'dir. Yani ilk dilimde vergi oranı % 100 olursa ortalama vergi oranı da % 100 olur. Ancak,

Eğer $t_2 = 1$ ise $T_2 = (b_1 t_1) + (B_2 - b_1)$'dir. Yani $T_2 < B_2$ olduğundan $a_1 = \frac{T_2}{B_2}$ formülüne göre $a_2 < 1$'dir.

Bu durum ilk vergi dilimi dışındaki tüm dilimler için geçerli olduğundan, *Önerme 2* genel olarak şöyle yazılabilir:

Eğer $t_n = 1$ ise $T_n = (b_1 t_1) + (b_2 - b_1)t_2 + (b_3 - b_2)t_3 + \cdots + (B_n - b_{n-1})$'dir. Bir başka ifadeyle,

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} (b_i - b_{i-1}) t_i \tag{7}$$

Buna göre $T_n < B_n$ olduğundan $a_n = \frac{T_n}{B_n}$ formülüne göre her zaman $a_n < 1$'dir. Yani vergi oranının % 100 olması durumunda ödenecek vergi miktarı matrahtan daha azdır ve bu nedenle ortalama vergi oranı her zaman 1'den küçük olacaktır.

Bu önerme, dilim usulünün verginin ikame etkisini azalttığı anlamına da gelir. Çünkü ortalama vergi oranı matrahın bir fonksiyonudur $\left[a(B) = \frac{T(B)}{B}\right]$ ve ortalama vergi oranındaki değişim cari vergi oranındaki değişimden küçüktür $[\Delta a < \Delta t]$. Verginin ikame etkisi de $[i(a)]$ ortalama vergi oranına ve emeğin arz esnekliğine $[e_s]$ bağlıdır ve en kaba haliyle şöyle gösterilebilir: $i(a) = e_s a$. Buna göre ortalama vergi oranı arttıkça verginin ikame etkisi de emek arz esnekliğe bağlı olarak artar. $\Delta a < \Delta t$ olduğuna göre, verginin ikame etkisi vergi oranındaki değişimin altında kalacaktır. Bir başka ifadeyle $\Delta t > \Delta i(a)$ olacaktır. Özetleyecek olursak, $t = 0$ iken $a = 0$ ve $i(a) = 0$ olacak; $t = 1$ iken $a < 1$ ve $i(a) < 1$ olacaktır. Yani dilim usulünde vergi oranı % 100 olsa bile ikame etkisi tam olmayacaktır.

Aslında bu önerme, vergi oranı % 100 iken kişinin gelirinin tamamını vergi olarak ödemesi nedeniyle hiç çalışmayacağı ve bu nedenle vergi hâsılatının sıfır olacağı yönündeki Laffer eğrisi varsayımını çürütmektedir. En azından Laffer eğrisinin vergi oranı eksenini kestiği nokta (vergi gelirini sıfırlayan vergi oranı) % 100 değildir. Çünkü dilim usulünde vergi oranı % 100 iken gelirin tamamı vergilendirilmemiş olur.

**Önerme 3:** Dilim usulünde ödenen vergi ile sınıf usulünde ödenen vergi arasındaki fark, her dilime geçişteki vergi oranı farkının bir önceki dilim matrah üst sınırıyla çarpımları toplamına eşittir. Bu durum tarifenin ilk dilimi için geçerli değildir.

**İspat 3:** Bilindiği üzere bir vergi tarifesinde sınıf usulü ile dilim usulüne göre hesaplanan vergi miktarı farklı olmaktadır ve sınıf usulüyle hesaplanan vergi her zaman daha büyüktür.

Mevcut notasyonlara ilave olarak *s* sınıf usulünü, *d* ise dilim usulünü göstersin. Her iki hesaplama türü arasındaki vergi miktarı farkı, tarifenin ikinci dilimi için şöyle ifade edilebilir:

$$\Delta T_2^{s,d} = T_2^s - T_2^d \tag{8a}$$

$$\Delta T_2^{s,d} = B_2 t_2 - (b_1 t_1) - (B_2 - b_1) t_2 \tag{8b}$$

$$\Delta T_2^{s,d} = B_2 t_2 - b_1 t_1 - B_2 t_2 + b_1 t_2 \tag{8c}$$

$$\Delta T_2^{s,d} = b_1 t_2 - b_1 t_1 = b_1 (t_2 - t_1) \tag{8d}$$

Aynı durum, tarifenin üçüncü dilimi için şöyle gösterilebilir:

$$\Delta T_3^{s,d} = T_3^s - T_3^d \tag{9a}$$

$$\Delta T_3^{s,d} = B_3 t_3 - (b_1 t_1) - (b_2 - b_1) t_2 - (B_3 - b_2) t_3 \tag{9b}$$

$$\Delta T_3^{s,d} = B_3 t_3 - b_1 t_1 - b_2 t_2 + b_1 t_2 - B_3 t_3 + b_2 t_3 \tag{9c}$$

$$\Delta T_3^{s,d} = b_1 (t_2 - t_1) + b_2 (t_3 - t_2) \tag{9d}$$

İlk dilim hariç, tarifenin her vergi dilimi için sonucu genel olarak şöyle yazabiliriz:

$$\Delta T_n^{s,d} = T_n^s - T_n^d \tag{10a}$$

$$\Delta T_n^{s,d} = B_n t_n - (b_1 t_1) - (b_2 - b_1) t_2 - (b_3 - b_2) t_3 - \cdots - (B_n - b_{n-1}) t_n \tag{10b}$$

$$\Delta T_n^{s,d} = B_n t_n - b_1 t_1 - b_2 t_2 + b_1 t_2 - b_3 t_3 + b_2 t_3 - \cdots - B_n t_n + b_{n-1} t_n \tag{10c}$$

$$\Delta T_n^{s,d} = b_1 (t_2 - t_1) + b_2 (t_3 - t_2) + \cdots + b_{n-1} (t_n - t_{n-1}) \tag{10d}$$

Bir başka ifadeyle *Önerme 3*,

$$\Delta T_n^{s,d} = \sum_{i=2}^{n} b_{i-1} (t_i - t_{i-1}) \tag{11}$$

şeklinde de yazılabilir.

Bu durum tarifenin ilk dilimi için geçerli değildir. Çünkü

$\Delta T_1^{s,d} = T_1^s - T_1^d = B_1 t_1 - B_1 t_1 = 0$’dır.

Yani tarifenin ilk diliminde hesaplanan vergi miktarı her iki yöntemde de aynıdır.

**Önerme 4:** Sınıf usulünde her bir vergi diliminin kendi içindeki ortalama vergi oranı aynıyken, dilim usulünde her bir vergi diliminin kendi içindeki ortalama vergi oranı ivmesi (yerel ivme) azalmaktadır. Bu durum dilim usulünde tarifenin ilk dilimi için geçerli değildir.

**İspat 4:** Her bir vergi diliminin kendi içindeki her matrah seviyesi için ortalama vergi oranını görebilmek adına matrisli gösterimden faydalanabiliriz. Matristeki her *n*’inci seviye vergi tarifesindeki bir dilimi, her *j*’inci seviye ise o dilim içindeki faklı matrahların tekabül ettiği değeri ifade etmektedir. $\underline{A}$, $\underline{B}$ ve $\underline{t}$ sırasıyla ortalama vergi oranının, matrahın ve vergi oranının her vergi dilimindeki farklı seviyelerini gösteren matrislerdir.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2j} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nj} \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & B_{1j} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots & B_{2j} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \cdots & B_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & B_{n3} & \cdots & B_{nj} \end{bmatrix}, \underline{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$$

Sınıf usulünde her bir vergi diliminin en yüksek ortalama vergi oranı bir öncekinden büyük olsa da $(a_{1j} < a_{2j} < a_{3j} < \cdots < a_{nj})$, ortalama vergi oranının yerel ivmesi sabittir. Bir başka ifadeyle, aynı vergi dilimi içindeki her bir matrah değerinin ortalama vergi oranı aynıdır. Çünkü her bir vergi dilimi içindeki tüm matrahlar için hesaplanan ortalama vergi oranı, cari vergi oranına eşittir $\left[a_{nj} = \frac{B_{nj} t_n}{B_{nj}} = t_n\right]$. Sınıf usulünde ortalama vergi oranlarının durumu şöyle özetlenebilir:

$$\begin{matrix} a_{11} & = & a_{12} & = & a_{13} & = & \cdots & = & a_{1j} \\ a_{21} & = & a_{22} & = & a_{23} & = & \cdots & = & a_{2j} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & = & a_{n2} & = & a_{n3} & = & \cdots & = & a_{nj} \end{matrix}$$

Dilim usulünde ise her bir vergi diliminin en yüksek ortalama vergi oranı bir öncekinden büyük olsa da $(a_{1j} < a_{2j} < a_{3j} < \cdots < a_{nj})$, ilk vergi diliminde tüm ortalama vergi oranları birbirine eşittir $(a_{11} = a_{12} = a_{13} = \cdots = a_{1j})$ ve diğer dilimlerde matrah arttıkça ortalama vergi oranı da artar $(a_{n1} < a_{n2} < a_{n3} < \cdots < a_{nj})$. Bu durum, daha önce de ifade edildiği gibi ortalama vergi oranının birinci türevinin sıfırdan büyük olmasıyla alakalıdır $[a'_n(B_n) > 0]$. Ancak her bir vergi diliminin kendi içinde ortalama vergi oranı azalarak artmaktadır $[a_{n2} - a_{n1} > a_{n3} - a_{n2} > \cdots > a_{nj} - a_{nj-1}]$. Bu durum, her bir vergi diliminin kendi içindeki ortalama vergi oranının ikinci türevinin sıfırdan küçük olmasıyla alakalıdır $[a''_{nj}(B_{nj}) < 0]$. Çünkü matrahtaki $[B_{nj}]$ her bir birimlik artış, ortalama vergi oranı formülünün payında $[yani\ T_{nj}\text{'}de]$ belirli bir yüzde oranına $[t_n\text{'}ye]$ tabi tutulmaktadır; formülün paydasında $[yani\ B_{nj}\text{'}de]$ ise kesintisiz bir artış söz konusudur. Bu nedenle dilim usulünün yapısı gereği ortalama vergi oranı artsa da, azalarak artmaktadır.

Önermeyi ispatlayabilmek adına aynı vergi dilimi içindeki iki farklı matrah için hesaplanan iki farklı ortalama vergi oranını ($a_{21}$ ve $a_{22}$) ele alalım.

$$a_{21} = \frac{(b_1t_1) + (B_{21} - b_1)t_2}{B_{21}} = \frac{(b_1t_1) + (B_{21}t_2) - (b_1t_2)}{B_{21}} \quad (12a)$$

$$a_{22} = \frac{(b_1t_1) + (B_{22} - b_1)t_2}{B_{22}} = \frac{(b_1t_1) + (B_{22}t_2) - (b_1t_2)}{B_{22}} \quad (12b)$$

Her iki ortalama vergi oranının da ortak değeri olan $(b_1t_1) - (b_1t_2)$ aracılığıyla şu eşitlik sağlanabilir:

$$(a_{21}B_{21}) - (t_2B_{21}) = (a_{22}B_{22}) - (t_2B_{22}) \quad (13a)$$

$$B_{21}(a_{21} - t_2) = B_{22}(a_{22} - t_2) \quad (13b)$$

$B_{21} < B_{22}$ olduğuna göre, yukarıdaki eşitliğin sağlanabilmesi için $(a_{21} - t_2) > (a_{22} - t_2)$ olması gerekir. Bu eşitsizliğin sağlanması için de $a_{22} > a_{21}$ olması gerekir. Dolayısıyla dilim usulü artan oranlı bir vergi tarifesinde her bir vergi dilimi içinde ortalama vergi oranı artan bir seyir izleyecektir. Bu seyrin ivmesi azalarak gerçekleşecektir. Bunu anlamak için de ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci ve ikinci türevine bakmak gerekir.

Herhangi bir vergi dilimi içindeki herhangi bir matrah düzeyine bağlı olarak oluşan ortalama vergi oranı şu şekilde ifade edilebilir:

$$a(B)_{nj} = \frac{(b_{n-1}t_{n-1}) + (B_{nj} - b_{n-1})t_n}{B_{nj}} = \frac{b_{n-1}t_{n-1}}{B_{nj}} + t_n - \frac{b_{n-1}t_n}{B_{nj}} \quad (14)$$

Ortalama vergi oranının birinci türevini aldığımızda şu sonuca ulaşırız:

$$a'(B)_{nj} = \frac{\left(t_nB_{nj}\right) - (b_{n-1}t_{n-1}) - (B_{nj} - b_{n-1})t_n}{{B_{nj}}^2} \quad (15a)$$

$$a'(B)_{nj} = \frac{(b_{n-1}t_n) - (b_{n-1}t_{n-1})}{{B_{nj}}^2} = \frac{b_{n-1}(t_n - t_{n-1})}{{B_{nj}}^2} \quad (15b)$$

Yani $a'(B)_{nj} > 0$'dır.

Ortalama vergi oranının ikinci türevini aldığımızda ise şu sonuca ulaşırız:

$$a''(B)_{nj} = \frac{0{B_{nj}}^2 - 2B_{nj}[b_{n-1}(t_n - t_{n-1})]}{{B_{nj}}^4} = -\frac{2b_{n-1}(t_n - t_{n-1})}{{B_{nj}}^3} \quad (16)$$

Yani $a''(B)_{nj} < 0$'dır.

$a'(B)_{nj} > 0$ ve $a''(B)_{nj} < 0$ olduğuna göre, her bir vergi dilimi içinde ortalama vergi oranı azalarak artmaktadır. Bu durum sadece vergi dilimi içindeki ortalama vergi oranları için geçerlidir. Yani söz konusu azalarak artış yerel bir ivmedir. Bir diğer ifadeyle, $\underline{A}$ matrisindeki her bir satır için ayrı ayrı geçerlidir.

**Önerme 5:** Aynı vergi dilimi içinde matrah değiştikçe marjinal vergi oranları değişmez ve o dilimdeki vergi oranına eşit olur. Farklı vergi dilimleri arasındaki matrah değişimlerinde marjinal vergi oranı artar ve sınıf usulünde cari vergi oranından daha büyük, dilim usulünde ise daha küçük olur.

**İspat 5:** Her bir vergi diliminin kendi içindeki her matrah seviyesi için marjinal vergi oranını görebilmek adına matrisli gösterimden faydalanabiliriz. Matristeki her $n$'inci seviye vergi tarifesindeki bir dilimi, her *j*'inci seviye ise o dilim içindeki faklı matrahların tekabül ettiği değeri ifade etmektedir. $\underline{B}$, $\underline{t}$ ve $\underline{T}$ sırasıyla matrahın, vergi oranının ve ödenen verginin her vergi dilimindeki farklı seviyelerini gösteren matrislerdir.

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & B_{1j} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots & B_{2j} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \cdots & B_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & B_{n3} & \cdots & B_{nj} \end{bmatrix}, \underline{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}, \underline{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & \cdots & T_{1j} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & \cdots & T_{2j} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & \cdots & T_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1} & T_{n2} & T_{n3} & \cdots & T_{nj} \end{bmatrix}$$

Burada $\underline{T}$, matrah ile vergi oranının çarpımını göstermektedir. Marjinal vergi oranı, ödenen vergi miktarındaki değişimin matrahtaki değişime oranlanmasıyla elde edilmektedir ve her vergi dilimindeki matrah seviyesinin marjinal vergi oranı değeri aşağıdaki matrisle gösterilmektedir:

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \cdots & m_{1j} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \cdots & m_{2j} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \cdots & m_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \cdots & m_{nj} \end{bmatrix}$$

Aynı vergi dilimindeki bir matrah seviyesinden başka bir matrah seviyesine geçişte uygulanan vergi oranı değişmemektedir. Bu durum, aynı vergi dilimi içindeki matrah değişimlerinin marjinal vergi oranını değiştirmemesine yol açmaktadır.

Söz gelimi matrah $B_{n1}$'den $B_{n2}$'ye yükselmiş olsun. Her iki matrah seviyesi aynı vergi oranına ($t_n$) tabi tutulacağından, marjinal vergi oranı sınıf usulünde şu şekilde hesaplanabilir:

$$m_n = \frac{T_{n2} - T_{n1}}{B_{n2} - B_{n1}} \tag{17a}$$

$$m_n = \frac{B_{n2}t_n - B_{n1}t_n}{B_{n2} - B_{n1}} \tag{17b}$$

$$m_n = \frac{(B_{n2} - B_{n1})t_n}{B_{n2} - B_{n1}} \tag{17c}$$

$$m_n = t_n \tag{17d}$$

Aynı mantıkla marjinal vergi oranı dilim usulünde de şöyle hesaplanabilir:

$$m_n = \frac{T_{n2} - T_{n1}}{B_{n2} - B_{n1}} \tag{18a}$$

$$m_n = \frac{(B_{n2} - b_{n-1})t_n - (B_{n1} - b_{n-1})t_n}{B_{n2} - B_{n1}} \tag{18b}$$

$$m_n = \frac{(B_{n2} - B_{n1})t_n}{B_{n2} - B_{n1}} \tag{18c}$$

$$m_n = t_n \tag{18d}$$

Dolayısıyla her *n*'inci vergi dilimindeki her *j*'inci marjinal vergi oranı birbirine eşittir ve bu değer *n*'inci vergi oranına eşit olmaktadır. Bir başka ifadeyle,

$$m_{n1} = m_{n2} = m_{n3} = \cdots = m_{nj} = t_n \tag{19}$$

şeklinde yazılabilir.

Ancak bir vergi dilimindeki matrah seviyesinden başka bir vergi dilimindeki matrah seviyesine geçildiğinde uygulanan vergi oranı da değiştiğinden, marjinal vergi oranı artmaktadır. Ayrıca marjinal vergi oranı sınıf usulünde cari vergi oranından büyük olmakta, dilim usulünde ise küçük olmaktadır.

Söz gelimi matrah $B_{2j}$'den $B_{3j}$'ye yükselmiş olsun. Her iki matrah seviyesi farklı vergi oranına (sırasıyla $t_2$ ve $t_3$) tabi tutulacağından, marjinal vergi oranı sınıf usulünde şu şekilde hesaplanabilir:

$$m_{3j} = \frac{T_{3j} - T_{2j}}{B_{3j} - B_{2j}} = \frac{B_{3j}t_3 - B_{2j}t_2}{B_{3j} - B_{2j}} \tag{20}$$

Aynı mantıkla marjinal vergi oranı dilim usulünde de şöyle hesaplanabilir:

$$m_{3j} = \frac{T_{3j} - T_{2j}}{B_{3j} - B_{2j}} = \frac{\left[(b_1 t_1) + (b_2 - b_1)t_2 + (B_{3j} - b_2)t_3\right] - \left[(b_1 t_1) + (B_{2j} - b_1)t_2\right]}{B_{3j} - B_{2j}} \quad (21)$$

Dolayısıyla her *n*'inci vergi dilimindeki her *j*'inci marjinal vergi oranı, her *n-1*'inci vergi dilimindeki marjinal vergi oranından büyüktür ve bu değer cari vergi oranından sınıf usulünde büyük, dilim usulünde küçüktür. Bir başka ifadeyle, $m_{1j} < m_{2j} < m_{3j} < \cdots < m_{nj}$ olmakla birlikte sınıf usulünde $m_{nj} > t_n$ ve dilim usulünde $m_{nj} < t_n$'dir.

### 3.2. Düz (Sabit) Oranlı Vergi Tarifesi

Tüm matrah değerlerine aynı vergi oranının uygulandığı düz oranlı vergi tarifesinde matrah $0 < B_1 < B_2 < B_3 < \cdots < \infty$ iken vergi oranı $0 \leq t \leq 1$ olabilmektedir. Buna göre düz oranlı tarifede matrah arttıkça ödenen vergi miktarı da artmaktadır ($T_1 < T_2 < T_3 < \cdots < T_n$). Buna bağlı olarak, matrah seviyesi ne olursa olsun düz oranlı tarifede her zaman ortalama vergi oranı, marjinal vergi oranı ve cari vergi oranı birbirine eşittir.

Düz (sabit) oranlı vergi tarifesinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir:

Tablo 4

*Düz Oranlı Vergi Tarifesinin Matematiksel Gösterimi*

| Matrah Aralığı | Ödenecek Vergi | Ortalama Vergi Oranı | Marjinal Vergi Oranı | Açıklama |
|---|---|---|---|---|
| $0 - b_1$ | $T_1 = B_1 t$ | $a_1 = \frac{T_1}{B_1} = \frac{B_1 t}{B_1} = t$ | - | $a_1 = t$ |
| $b_1 - b_2$ | $T_2 = B_2 t$ | $a_2 = \frac{T_2}{B_2} = \frac{B_2 t}{B_2} = t$ | $m_2 = \frac{\Delta T}{\Delta B} = \frac{B_2 t - B_1 t}{B_2 - B_1} = t$ | $a_2 = m_2 = t$ |
| $b_2 - b_3$ | $T_3 = B_3 t$ | $a_3 = \frac{T_3}{B_3} = \frac{B_3 t}{B_3} = t$ | $m_3 = \frac{\Delta T}{\Delta B} = \frac{B_3 t - B_2 t}{B_3 - B_2} = t$ | $a_3 = m_3 = t$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $b_{n-1} - b_n$ | $T_n = B_n t$ | $a_n = \frac{T_n}{B_n} = \frac{B_n t}{B_n} = t$ | $m_n = \frac{\Delta T}{\Delta B} = \frac{B_n t - B_{n-1} t}{B_n - B_{n-1}} = t$ | $a_n = m_n = t$ |

Düz oranlı vergilerde *Önerme 2* söz konusu değildir. Yani vergi oranı % 100 olursa (*t=1*), mükellef gelirinin tamamını vergi olarak öder. Çünkü ortalama vergi oranı da % 100 olacaktır (*a=1*). Bu durum, verginin ikame etkisini güçlendirmektedir.

Düz oranlı vergilerde *Önerme 4* de söz konusu değildir. Düz oranlı tarifelerde her matrah aynı vergi oranına tabi tutulduğundan ve buna bağlı olarak her matrah için ortalama vergi oranı aynı olduğundan, ortalama vergi oranının yerel ivmesi bulunmamaktadır.

Düz oranlı vergilerde *Önerme 5* de söz konusu değildir. Çünkü matrah seviyesi ne olursa olsun marjinal vergi oranı aynıdır.

**Önerme 6:** Düz oranlı vergi tarifesinde ödenen vergiden belli bir miktarda indirim yapılırsa, ortalama vergi oranı artan oranlı gibi bir sonuç verir. Bir diğer ifadeyle gizli artan oranlılık söz konusu olur. Bu durumda ortalama vergi oranı azalarak artar ve marjinal vergi oranı ortalama vergi oranından büyük olur.

**İspat 6:** Düz oranlı bir vergi tarifesinde hesaplanan her vergi miktarından (asgari geçim indirimi gibi) $z$ değerinde bir indirim yapıldığını varsayalım. Matrahlar $B_1 < B_2$ ve sabit vergi oranı da $t$ olsun. Her iki matrah değeri için de ortalama vergi oranı sırasıyla şöyle olacaktır:

$$a_1 = \frac{(B_1 t) - z}{B_1} \tag{22a}$$

$$a_2 = \frac{(B_2 t) - z}{B_2} \tag{22b}$$

Her iki ortalama vergi oranının $z$ ortak değerinden hareketle aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$B_1 t - B_1 a_1 = B_2 t - B_2 a_2 \tag{23a}$$

$$B_1(t - a_1) = B_2(t - a_2) \tag{23b}$$

$B_1 < B_2$ olduğuna göre, yukarıdaki eşitliğin sağlanması için $(t - a_1) > (t - a_2)$ olması gerekir. $(t - a_1) > (t - a_2)$ eşitsizliğinin sağlanması için de $a_2 > a_1$ olması gerekir. Dolayısıyla her ödenecek vergi miktarına eşit bir indirim yapıldığı takdirde, ortalama vergi oranı artan bir seyir izleyecektir. Bu seyrin ivmesi azalarak gerçekleşecektir. Bunu anlamak için de ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci ve ikinci türevine bakmak gerekir.

Herhangi bir matrah seviyesinde ortalama vergi oranı şöyle yazılabilir:

$$a(B)_n = \frac{(B_n t) - z}{B_n} \tag{24}$$

Ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci türevi şöyledir:

$$a'(B)_n = \frac{tB_n - (B_n t - z)}{{B_n}^2} = \frac{z}{{B_n}^2} \tag{25}$$

Ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevi ise şöyledir:

$$a''(B)_n = \frac{\left(0{B_n}^2\right) - (2B_n z)}{{B_n}^4} = -\frac{2z}{{B_n}^3} \tag{26}$$

$a'(B)_n > 0$ ve $a''(B)_n < 0$ olduğuna göre, ortalama vergi oranı azalarak artmaktadır.

Bu önermede $a_n = \frac{(B_n t)-z}{B_n}$ ve $m_n = t$ olduğuna göre, $B_n a_n = B_n t - z$ ise $t > a_n$'dir. Bir diğer ifadeyle $m_n > a_n$'dir. Yani her ödenecek vergi miktarına eşit bir indirim yapıldığında marjinal vergi oranı ortalama vergi oranından daima büyük olacaktır.

### 3.3. Azalan Oranlı Vergi Tarifesi

Matrah arttıkça uygulanan vergi oranının azalması durumu olan azalan oranlı vergi tarifesinde matrah $0 < B_1 < B_2 < B_3 < \cdots < \infty$ iken vergi oranı $0 \leq t \leq 1$ olabilmektedir. Ancak burada vergi oranları $t_1 > t_2 > t_3 > \cdots > t_n > 0$ şeklindedir. Vergi oranları matrah arttıkça azalsa da ödenen vergi miktarı matrah arttıkça artmaktadır ($T_1 < T_2 < T_3 < \cdots < T_n$).

Azalan oranlı vergi tarifesinde ödenecek vergi miktarının, ortalama vergi oranının ve marjinal vergi oranının formülleri artan oranlı tarifeninkiyle aynıdır. Sınıf usulünde ortaya çıkan matematiksel sonuçlar da azalan ve artan oranlı vergi tarifesinde aynıdır. Ancak azalan oranlı vergi tarifesinde dilim usulü söz konusu olduğunda bazı değişiklikler söz konusu olabilmektedir. Dilim usulü azalan oranlı vergi tarifesinde ilk vergi diliminde ortalama vergi oranı, marjinal vergi oranı ve cari vergi oranı birbirine eşit olsa da $[a_1 = m_1 = t]$; daha sonraki vergi dilimlerinde ortalama vergi oranı marjinal ve cari vergi oranından daha büyüktür $[a_1 > m_1 \; ve \; a_1 > t]$.

*Önerme 2* azalan oranlı vergi tarifesinde geçerli değildir. Çünkü vergi oranı % 100 olduğunda ($t_n$=*1*) ortalama vergi oranı da % 100 olacaktır ($a_n$=*1*). Yani mükellef, gelirinin tamamını vergi olarak ödemektedir. Nitekim azalan oranlı vergi tarifesinde % 100 vergi oranı ancak ilk dilim veya ilk iki dilimde olabilmektedir. Söz konusu vergi dilimlerinde vergi oranı % 100 olduğunda ortalama vergi oranı da % 100 olmaktadır.

*Önerme 3* azalan oranlı vergi tarifesinde de geçerlidir. Ancak azalan oranlı tarifede dilim usulüne göre hesaplanan vergi miktarı sınıf usulüne göre hesaplanan vergi miktarından daha büyüktür. Bu nedenle de söz konusu fark $\Delta T_n^{d,s} = T_n^d - T_n^s$ şeklinde yazılabilir.

*Önerme 4* azalan oranlı vergi tarifesinde de geçerlidir. Artan oranlı vergi tarifesinden farklı olarak, sınıf usulünde her bir vergi diliminin en yüksek ortalama vergi oranı bir öncekinden küçüktür $(a_{1j} > a_{2j} > a_{3j} > \cdots > a_{nj})$. Dilim usulünde ise her bir vergi diliminin en yüksek ortalama vergi oranı bir öncekinden küçük olsa da $(a_{1j} > a_{2j} > a_{3j} > \cdots > a_{nj})$, ilk vergi dilimi içinde tüm ortalama vergi oranları birbirine eşittir $(a_{11} = a_{12} = a_{13} = \cdots = a_{1j})$ ve diğer dilimler içinde matrah arttıkça ortalama vergi oranı azalır $(a_{n1} > a_{n2} > a_{n3} > \cdots > a_{nj})$. Ancak azalan oranlı vergi tarifesinde de her bir vergi diliminin kendi içinde ortalama vergi oranı azalarak artmaktadır $[a_{n2} - a_{n1} > a_{n3} - a_{n2} > \cdots > a_{nj} - a_{nj-1}]$.

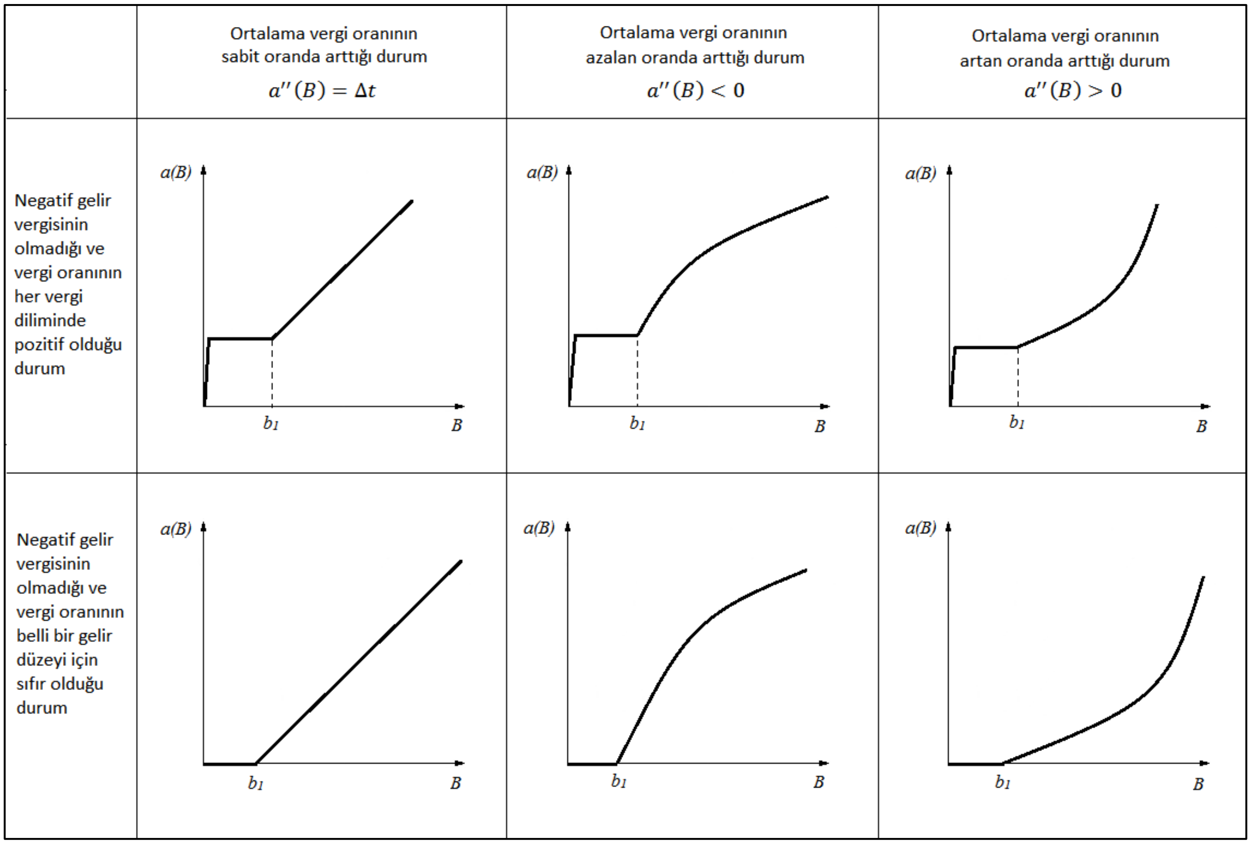
Azalan oranlı vergi tarifesinde *Önerme 5*'in tam tersi söz konusudur. Artan oranlı vergi tarifesinde olduğu gibi burada da aynı vergi dilimi içinde matrah değiştikçe marjinal vergi oranları değişmez ve o dilimdeki vergi oranına eşit olur. Ancak artan oranlı tarifeden farklı olarak, azalan oranlı vergi tarifesinde farklı vergi dilimleri arasındaki matrah değişimlerinde marjinal vergi oranı azalır ve sınıf usulünde cari vergi oranından daha küçük, dilim usulünde ise daha büyük olur. Bir başka ifadeyle, $m_{1j} > m_{2j} > m_{3j} > \cdots > m_{nj}$ olmakla birlikte sınıf usulünde $m_{nj} < t_n$ ve dilim usulünde $m_{nj} > t_n$'dir.

## 4. Vergi Tarifelerinin Grafiksel Yorumu

Bir vergi tarifesinin türünü anlamanın yolu, ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci türevinin sonucuna bağlıdır. Buna göre $a'(B) > 0$ ise artan oranlı, $a'(B) = t$ ise düz oranlı ve $a'(B) < 0$ ise azalan oranlı vergi tarifesi söz konusudur. Bir diğer ifadeyle, ortalama vergi oranı fonksiyonunu gösteren eğri pozitif eğimli ise artan oranlı, negatif eğimli ise azalan oranlı ve sabit bir değerse düz oranlı vergi tarifesi söz konusudur (Lambert, 2001).

Ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevi ise, vergi oranlarındaki değişimin ivmesini göstermektedir. $a''(B) > 0$ ise ortalama vergi oranı artarak değişmektedir ve ortalama vergi oranını gösteren eğri dışbükeydir (yani konvekstir). $a''(B) = \Delta t$ ise ortalama vergi oranı sabit oranda değişmektedir ve ortalama vergi oranını gösteren eğri doğrusaldır. $a''(B) < 0$ ise ortalama vergi oranı azalarak değişmektedir ve ortalama vergi oranını gösteren eğri içbükeydir (yani konkavdır).

Bu bilgilere dayanarak vergi tarifelerinin çeşitli koşullar altında oluşacak grafiklerini tespit etmek mümkündür. Artan oranlı vergi tarifesiyle başlanacak olursa, pozitif eğimli ortalama vergi oranı eğrisinin sabit oranda, azalan oranda ve artan oranda arttığı durumlar Şekil 1'den görülebilmektedir.

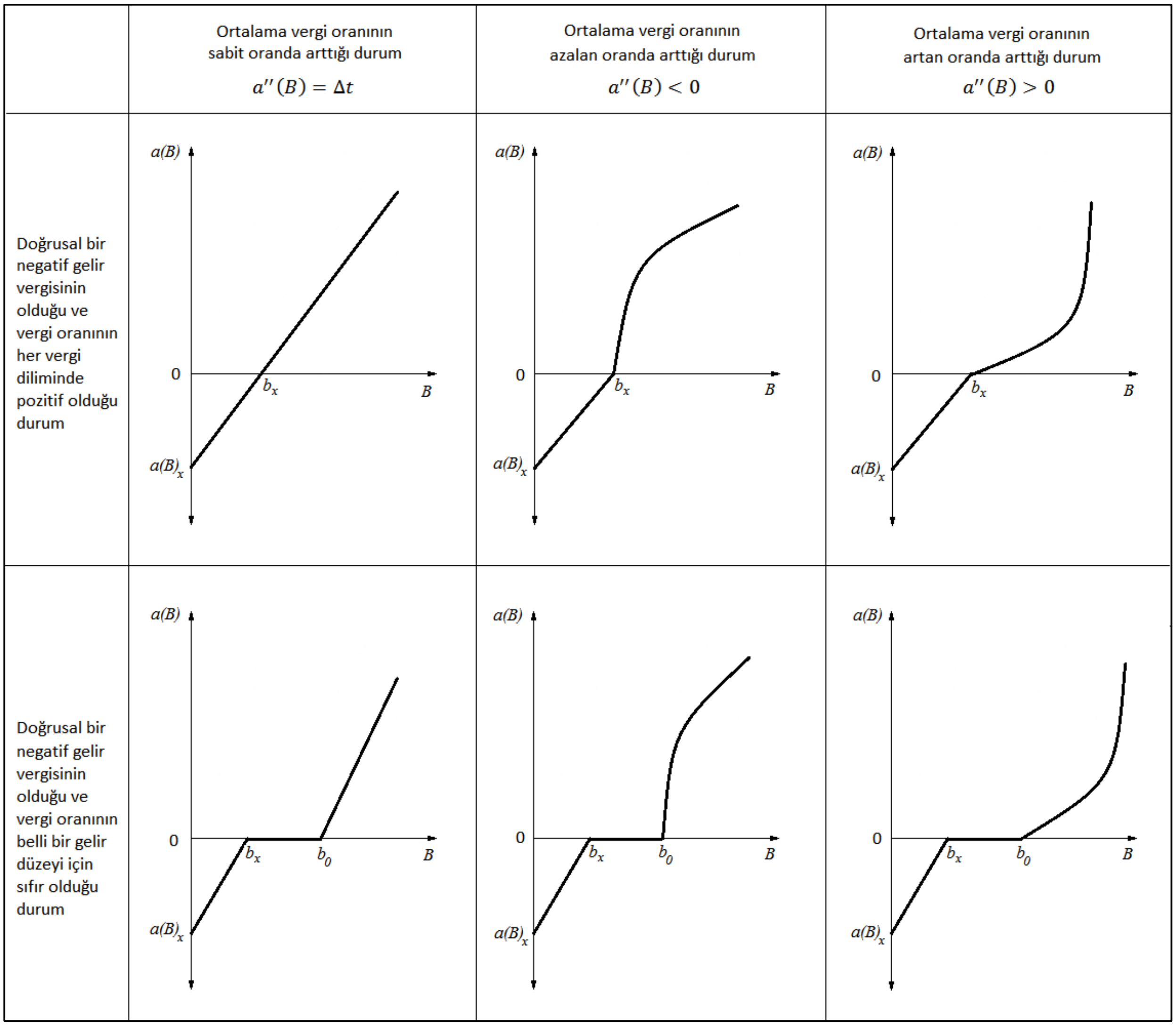



*Şekil 1*. Dilim Usulü Artan Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı (Negatif Gelir Vergisinin Olmadığı Durum)

Negatif gelir vergisinin olmadığı durumu gösteren Şekil 1'den de görüleceği üzere, ilk vergi diliminin üst matrah sınırına ($b_1$'e) kadar ortalama vergi oranı eğrisi sabit kalmaktadır. Bunun nedeni, ilk vergi diliminde ortalama vergi oranının cari vergi oranına ve marjinal vergi oranına eşit olmasıdır. Ancak diğer vergi dilimlerinde ortalama vergi oranı hem cari vergi oranından hem de marjinal vergi oranından küçüktür. Belli bir gelir seviyesinin vergi dışı bırakılmadığı, bir başka ifadeyle vergi oranının her vergi diliminde pozitif olduğu durum Şekil 1'in üst satırında gösterilmektedir. Matrah sıfır iken ortalama vergi oranı da sıfır olmakta ve matrahın pozitif bir değer olduğu andan itibaren ortalama vergi oranı sabit bir pozitif değer almaktadır. İkinci vergi diliminden itibaren ise ortalama vergi oranı artmaktadır.

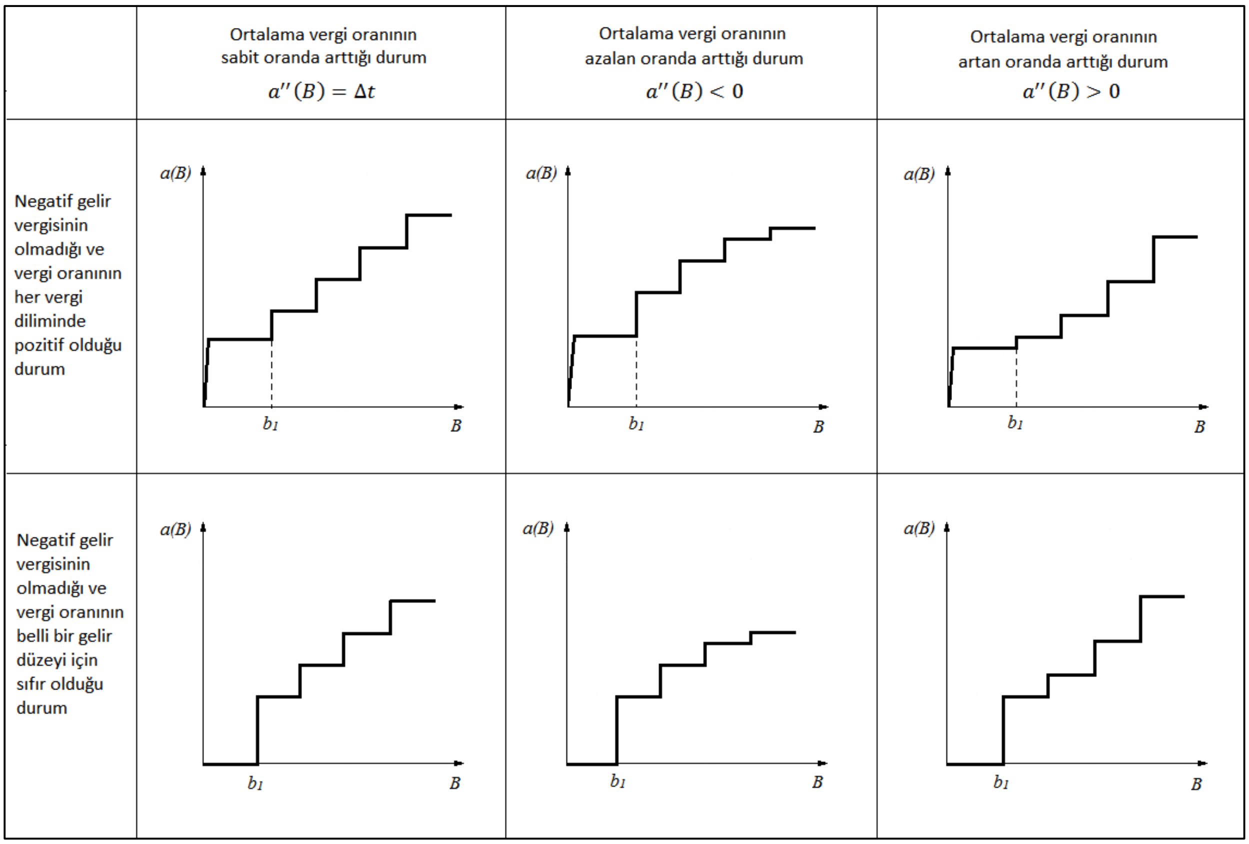
Şekil 1'in ikinci satırında ise belli bir gelir seviyesinin vergilendirilmediği durum gösterilmektedir. Buna göre ilk vergi dilimi matrahı boyunca ortalama vergi oranı sıfır olmakta ve $b_1$'den sonraki her matrah seviyesi için ortalama vergi oranı artmaktadır.

Elbette vergi adaleti açısından bakıldığında, ortalama vergi oranının artarak arttığı durumun diğerlerine göre daha adil olduğu ve ortalama vergi oranının azalarak arttığı durumun adil olmadığı söylenebilir.



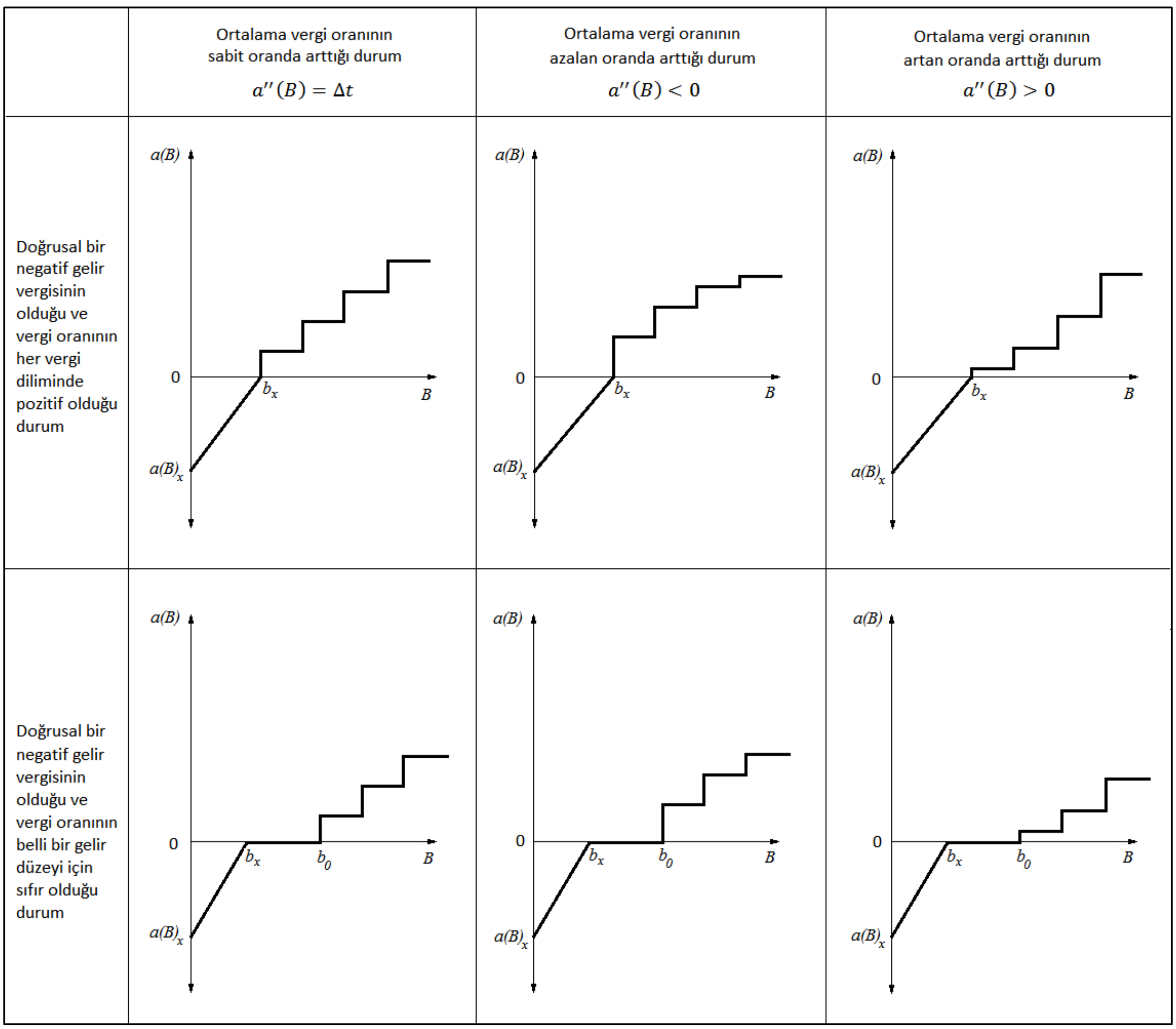

*Şekil 2*. Dilim Usulü Artan Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı (Negatif Gelir Vergisinin Olduğu Durum)

Negatif gelir vergisinin olması durumunda ise ortalama vergi oranının seyri değişmektedir. Bilindiği üzere negatif gelir vergisi, belli bir gelir seviyesinin altında kalan yoksullara gelir vergisi sistemi çerçevesinde nakdi ödemelerin yapılmasıdır (Friedman, 1962/2002). Bu durumda ortalama vergi oranı belli bir gelir seviyesinin altında negatif olacaktır. Şekil 2'den görüleceği üzere, $b_x$ gibi bir gelirin altında kalan mükelleflere negatif gelir vergisi uygulandığında, ortalama vergi oranı sıfırın altında bir değer almaktadır. Gelirin sıfır olduğu seviyede yapılacak negatif gelir vergisi ödemesi durumundaki ortalama vergi oranı ise $a(B)_x$'dir. Şekil 2'nin üst satırında negatif gelir vergisinin olduğu ve asgari gelir seviyesi olan $b_x$'in üzerindeki her gelir seviyesine pozitif bir vergi oranının uygulandığı durum görülmektedir. Şeklin alt satırında ise asgari gelir seviyesinin üzerindeki belli bir gelir aralığından vergi alınmaması durumu görülmektedir. Her iki durumda da vergi tarifesindeki artan oranların değişim hızı, ortalama vergi oranının da ivmesini belirlemektedir. Şekil 2'de ortalama vergi oranının sırasıyla sabit oranda arttığı, azalarak arttığı ve artarak arttığı durumlar görülmektedir.



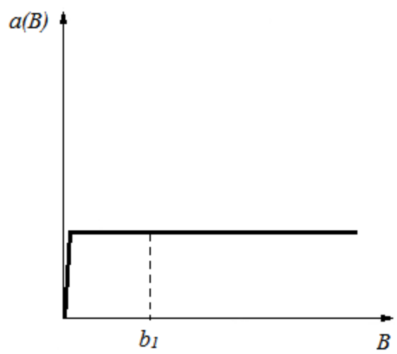
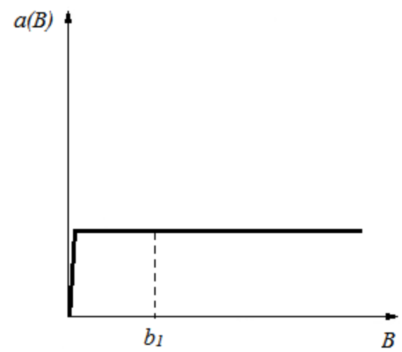
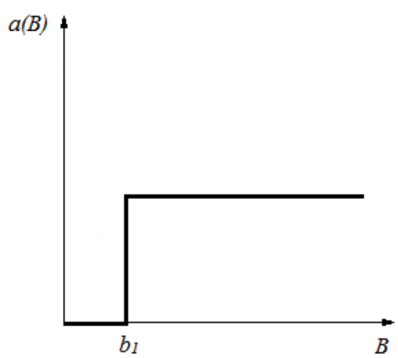
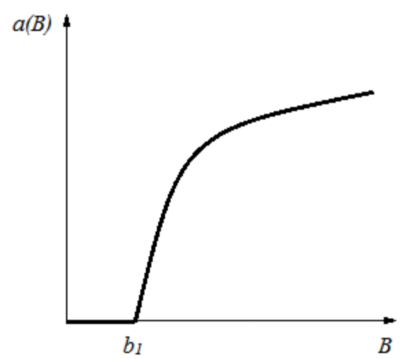

*Şekil 3*. Sınıf Usulü Artan Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı (Negatif Gelir Vergisinin Olmadığı Durum)

Sınıf usulü artan oranlı vergi tarifesinde ise her vergi dilimine tekabül eden matrahın tamamına aynı vergi oranı uygulandığından, ortalama vergi oranı doğrusal değil basamaklı bir yapı almaktadır. Şekil 3'ün ilk satırında negatif gelir vergisinin olmadığı ve hiçbir gelir aralığının vergiden muaf tutulmadığı durum, ikinci satırında ise $b_1$ gelir seviyesine kadar vergi oranının sıfır tutulduğu durum görülmektedir. Bu nedenle ilk vergi diliminin matrah üst sınırı olan $b_1$'e kadar ortalama vergi oranı ilk satırdaki durumda pozitiftir, ikinci satırdaki durumda ise sıfırdır. Her bir sütunda ortalama vergi oranı sırasıyla sabit oranda, azalan oranda ve artan oranda artmaktadır. Şekil 3'den de anlaşılacağı üzere, ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevinin sabit bir değer alması durumunda ortalama vergi oranı eğrisi eşit düzeylerde yükselerek basamaklı bir hal almaktadır. Ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevinin negatif olması durumunda ise ortalama vergi oranı eğrisi her vergi diliminde bir öncekinden daha az oranda artarak yükselmektedir. Ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevinin pozitif olması durumunda da ortalama vergi oranı eğrisi her vergi diliminde artarak yükselmektedir.




*Şekil 4.* Sınıf Usulü Artan Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı (Negatif Gelir Vergisinin Olduğu Durum)

Negatif gelir vergisinin uygulanması durumunda da sınıf usulü artan oranlı vergi tarifesinde Şekil 3'dekine benzer bir durum olacaktır. Asgari gelir seviyesinin ($b_x$) altındaki her matrah değerinde ortalama vergi oranı negatif değer alacaktır. Şekil 4, doğrusal bir negatif gelir vergisinin olması durumunda sınıf usulü artan oranlı vergi tarifesindeki ortalama vergi oranının seyrini göstermektedir.

| | Sınıf Usulü (Basit) Hesaplama | Dilim Usulü Hesaplama |
|---|---|---|
| Negatif gelir vergisinin olmadığı ve vergi oranının her vergi diliminde pozitif olduğu durum |  |  |
| Negatif gelir vergisinin olmadığı ve vergi oranının belli bir gelir düzeyi için sıfır olduğu durum |  |  |

*Şekil 5*. Düz Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı (Negatif Gelir Vergisinin Olmadığı Durum)

Her matrah değerine aynı vergi oranının uygulandığı düz oranlı vergi tarifesinde ise $a'(B) = t$ olduğundan, ortalama vergi oranı eğrisi sabit bir seyir izlemektedir. Haliyle matrah değeri arttıkça ortalama vergi oranı aynı kalmaktadır. Şekil 5, negatif gelir vergisinin olmadığı bir durumda düz oranlı vergi tarifesi ortalama vergi oranının seyrini göstermektedir. Şeklin ilk satırı vergi oranının her matrah düzeyi için pozitif olduğu durumu göstermektedir ve hem sınıf usulünde hem de dilim usulünde aynı sonucu vermektedir. Şeklin ikinci satırı ise sıfır ile $b_1$ gelir düzeyi arasında vergi alınmaması durumunu göstermektedir ve burada hesaplama türüne göre sonuç değişebilmektedir. Sınıf usulünde vergiden muaf matrah seviyesinde ortalama vergi oranı sıfır olmakta ve $b_1$'den itibaren yine sabit bir doğru halini almaktadır. Ancak dilim usulünde, her bir matrah aralığına tekabül eden gelire o dilimin vergi oranı uygulandığından, ortalama vergi oranı eğrisi azalarak artan bir seyir izlemektedir. İlk vergi dilimine sıfır vergi oranı uygulanması, ortalama vergi oranı açısından aslında artan oranlı vergi tarifesi gibi bir sonuç doğurmaktadır. Ancak burada söz konusu eğri azalarak arttığı için çok da adil olmayan bir artan oranlılık vardır.

**Önerme 7:** Düz oranlı vergi tarifesi dilim usulüyle hesaplanırken, ilk vergi diliminin vergi oranı sıfır olursa, ortalama vergi oranı azalarak artan bir seyir izler.

**İspat 7:** Bir vergi tarifesindeki ilk vergi dilimi olan $0\text{-}b_1$ aralığında vergi oranının sıfır olduğunu varsayalım ($t_0=0$). Diğer vergi dilimlerinde ise sabit ve pozitif bir vergi oranı olduğunu düşünelim ($t_n>0$). İlk vergi diliminde ortalama vergi oranı sıfır olacaktır ($a_1 = 0$). Vergi oranının pozitif olduğu takip eden iki vergi diliminin ortalama vergi oranları ($a_2$ ve $a_3$) sırasıyla şöyle olacaktır:

$$a_2 = \frac{(b_1 t_0) + (B_2 - b_1)t_n}{B_2} = \frac{(B_2 - b_1)t_n}{B_2} = \frac{B_2 t_n - b_1 t_n}{B_2} \tag{27a}$$

$$a_3 = \frac{(b_1 t_0) + (b_2 - b_1)t_n + (B_3 - b_2)t_n}{B_3} = \frac{t_n(B_3 - b_1)}{B_3} = \frac{B_3 t_n - b_1 t_n}{B_3} \tag{27b}$$

Her iki ortalama vergi oranının ortak değeri olan $b_1 t_n$ aracılığıyla şu eşitlik elde edilebilir:

$$-a_2 B_2 + B_2 t_n = -a_3 B_3 + B_3 t_n \tag{28a}$$

$$B_2(t_n - a_2) = B_3(t_n - a_3) \tag{28b}$$

$B_2 < B_3$ olduğuna göre, yukarıdaki eşitliğin sağlanması için $(t_n - a_2) > (t_n - a_3)$ olması gerekir. Bu eşitsizliğin sağlanması için de $a_3 > a_2$ olması gerekir. Dolayısıyla düz oranlı bir vergi tarifesinde ilk vergi dilimi vergiden muaf olursa, ortalama vergi oranı sürekli artar.

Ancak bu artışın ivmesi azalmaktadır. Bu durum, ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci türevinin sıfırdan büyük, ikinci türevinin ise sıfırdan küçük olmasıyla alakalıdır. Vergi oranının pozitif olduğu herhangi bir vergi dilimindeki ortalama vergi oranını şu şekilde yazabiliriz:

$$a(B)_n = \frac{(b_2 - b_1)t_n + (b_3 - b_2)t_n + \cdots + (B_n - b_{n-1})t_n}{B_n} = \frac{t_n(B_n - b_1)}{B_n} \tag{29}$$

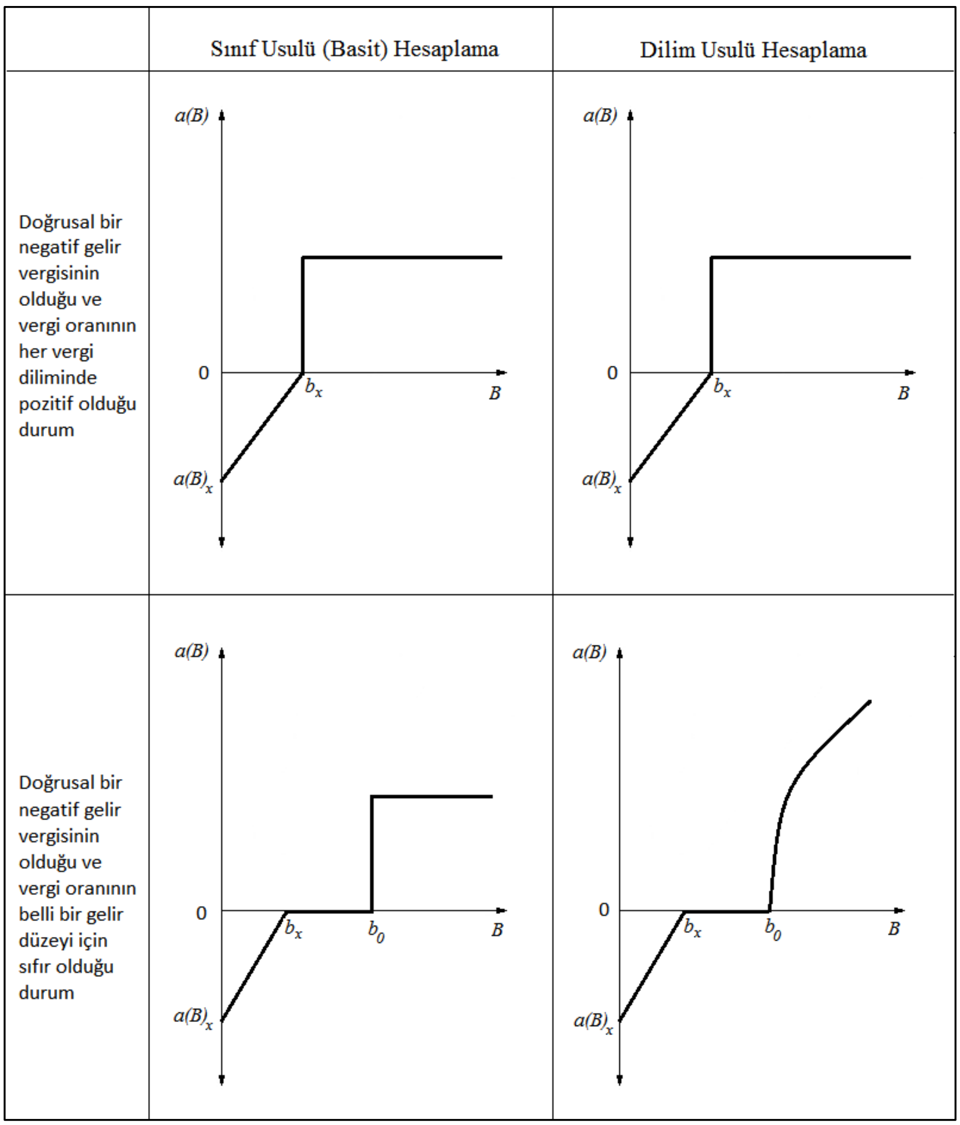
Ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci türevini aldığımızda şöyle olduğunu görürüz:

$$a'(B)_n = \frac{t_n B_n - [t_n(B_n - b_1)]}{{B_n}^2} = \frac{t_n b_1}{{B_n}^2} \tag{30}$$

Ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevini aldığımızda ise şöyle olduğunu görürüz:

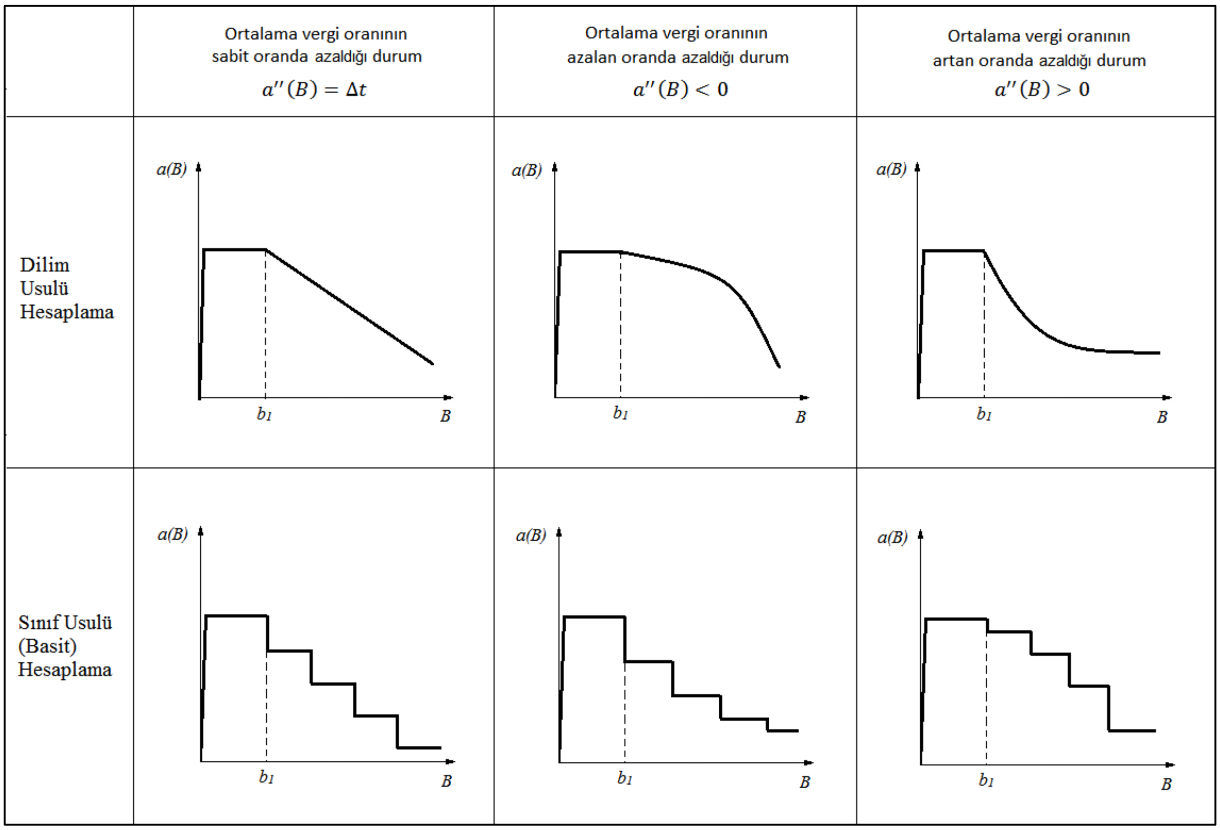
$$a''(B)_n = \frac{0{B_n}^2 - 2B_n t_n b_1}{{B_n}^4} = -\frac{2t_n b_1}{{B_n}^3} \tag{31}$$

$a'(B)_n > 0$ ve $a''(B)_n < 0$ olduğuna göre ortalama vergi oranı azalarak artmaktadır.




*Şekil 6*. Düz Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı (Negatif Gelir Vergisinin Olduğu Durum)

Düz oranlı vergi tarifesinde negatif gelir vergisinin olması durumunda ise ortalama vergi oranı eğrisi, asgari gelir seviyesinin ($b_x$) altında negatif değer alacak ve bundan sonraki vergi dilimlerinde vergi oranı pozitifse pozitif değer alacaktır (Şekil 6'da ilk satır). Belli bir gelir seviyesi vergiden muaf tutulursa bu vergi dilimi boyunca ortalama vergi oranı eğrisi sıfır olacaktır (Şekil 6'da ikinci satır).




*Şekil 7*. Azalan Oranlı Vergi Tarifesinde Ortalama Vergi Oranı

Vergi matrahı arttıkça uygulanan vergi oranının azalması durumunda, yani azalan oranlı vergi tarifesi durumunda, $a'(B) < 0$ olduğundan ortalama vergi oranı eğrisi negatif eğimli bir şekil almaktadır. Matrahla birlikte azalan bu oranların artış hızının azalması, artması veya sabit kalmasına göre ortalama vergi oranı eğrisi şekil değiştirmektedir. Ortalama vergi oranı fonksiyonunun ikinci türevinin sabit bir değer olması, vergi oranlarının sabit oranda azaldığını göstermektedir. Fonksiyonun ikinci türevinin sıfırdan küçük olması, vergi oranlarının azalarak azaldığı; sıfırdan büyük olması ise vergi oranlarının artarak azaldığı anlamına gelmektedir. Şekil 7'den de görüleceği üzere, azalan oranlı tarife dilim usulüyle hesaplandığında ortalama vergi oranı eğrisi ilk vergi diliminde sabit olmakta ve diğer vergi dilimlerinde doğrusal bir şekilde azalmaktadır. Azalan oranlı vergi tarifesi sınıf usulüyle hesaplandığında ise, ortalama vergi oranı eğrisi her vergi diliminde sabit ve farklı bir değer almaktadır. Bu nedenle Şekil 7'nin ikinci satırından da görüleceği üzere, ortalama vergi oranı eğrisi basamaklı bir yapı almaktadır. Azalan vergi oranlarının ivmesine göre bu basamakların yüksekliği değişmektedir. Bir başka ifadeyle, ortalama vergi oranı eğrisi sırasıyla sabit oranda, azalarak ve artarak azalabilmektedir.

## 5. Sonuç

Vergi tarife türlerini ayırt etmede ve vergi tarife yapılarını anlamada kullanılan en önemli araçlar ortalama vergi oranı ve marjinal vergi oranıdır. Bu iki değişkenin kendi içindeki seyri ile birbirleri arasındaki ilişki bize vergi tarifeleriyle ilgili birçok ipucu vermektedir.

Çalışmamızda her vergi tarife türü için ayrı ayrı vergi miktarı, ortalama vergi oranı ve marjinal vergi oranı formülize edilmiş ve bunlar arasındaki ilişkiler matematiksel olarak ortaya konmuştur. Buna göre dilim usulünün uygulandığı artan oranlı bir vergi tarifesinde cari vergi oranı % 100 olsa bile ortalama vergi oranı % 100'ün altında kalacak ve mükellef gelirinin tamamını vergi olarak ödemeyecektir. Bu durum verginin ikame etkisini zayıflatmaktadır. Düz oranlı ve azalan oranlı vergi tarifelerinde bu durum söz konusu değildir. Ayrıca dilim usulünde ödenen vergi ile sınıf usulünde ödenen vergi arasındaki fark, her dilime geçişteki vergi oranı farkının bir önceki dilim matrah üst sınırıyla çarpımları toplamına eşittir. Bu durum sadece artan oranlı ve azalan oranlı vergi tarifeleri için söz konusudur.

Hem artan oranlı hem de azalan oranlı tarifede sınıf usulünde her bir vergi diliminin kendi içindeki ortalama vergi oranı aynıyken, dilim usulünde her bir vergi diliminin kendi içindeki ortalama vergi oranı ivmesi (yerel ivme) azalmaktadır. Her iki vergi tarifesinde de aynı vergi dilimi içinde matrah değiştikçe marjinal vergi oranları değişmez ve o dilimdeki vergi oranına eşit olur. Artan oranlı vergi tarifesinde farklı vergi dilimleri arasındaki matrah değişimlerinde marjinal vergi oranı artar ve sınıf usulünde cari vergi oranından daha büyük, dilim usulünde ise daha küçük olur. Azalan oranlı vergi tarifesinde ise bunun tam tersi söz konusudur.

Düz oranlı vergi tarifesinde ödenen vergiden belli bir miktarda indirim yapılırsa, ortalama vergi oranı artan oranlı gibi bir sonuç verir. Bir diğer ifadeyle gizli artan oranlılık söz konusu olur. Bu durumda ortalama vergi oranı azalarak artar ve marjinal vergi oranı ortalama vergi oranından büyük olur. Aynı zamanda düz oranlı vergi tarifesi dilim usulüyle hesaplanırken, ilk vergi diliminin vergi oranı sıfır olursa, ortalama vergi oranı azalarak artan bir seyir izler.

Ortalama vergi oranı fonksiyonunun birinci türevi tarife türünü belirlememize yardımcı olurken, ikinci türevi vergi oranlarındaki değişimin ivmesini göstermektedir. Bu da ortalama vergi oranı eğrisinin şeklini belirlemektedir. Her ekonomide politika yapıcıların vergi tarifelerindeki ortalama ve marjinal vergi oranı eğrilerinin seyrine göre vergi sistemlerini belirlemesi rasyonel bir karar olacaktır.

## Kaynakça

Barro, R. J., & Sahasakul, C. (1983). Measuring the Average Marginal Tax Rate from the Individual Income Tax. *Journal of Business*, *56*(4), 419-452.

De Bartolome, C. A. M. (1995). Which Tax Rate Do People Use: Average or Marginal?. *Journal of Public Economics*, *56*(1), 79-96.

Edizdoğan, N., Çetinkaya, Ö., & Gümüş, E. (2015). *Kamu Maliyesi*. Bursa: Ekin Yayınları.

Friedman, M. (2002). *Capitalism and Freedom*. Chicago: The University of Chicago Press. (Özgün çalışma, 1962).

Gwartney, J., & Long, J. (1985). Is the Flat Tax a Radical Idea. *Cato Journal*, *5*(2), 407-432.

Hall, R. E., & Rabushka, A. (1995). *The Flat Tax*. California: Hoover Institution Press.

Hayes, K. J., Lambert, P. J., & Slottje, D. J. (1995). Evaluating Effective Income Tax Progression. *Journal of Public Economics*, *56*, 461-474.

Karayılmazlar, E., & Kargı, N. (2008). Artan Oranlı Gelir Vergisi Tarifesi: Küresel Ekonomide Rekabet Gücü. *TİSK Akademi*, *2008/II*, 200-222.

Lambert, P. (2001). *The Distribution and Redistribution of Income*. New York: Manchester University Press.

Musgrave, R. A. (2002). Equity and the Case for Progressive Taxation. In J. J. Thorndike & D. J. Ventry Jr. (Eds.), *Tax Justice: The Ongoing Debate* (ss. 9-24). Washington, D.C.: The Urban Institute Pess.

Musgrave, R. A., & Musgrave, P. B. (1989). *Public Finance in Theory and Practice*. USA: McGraw-Hill.

Musgrave, R. A., & Thin, T. (1948). Income Tax Progression, 1929-48. *Journal of Political Economy*, *56*(6), 498-514.

Padovano, F., & Galli, E. (2002). Comparing the Growth Effects of Marginal vs. Average Tax Rates and Progressivity. *European Journal of Political Economy*, *18*(3), 529-544.

Rosen, H. S. (1998). *Public Finance* (5th ed.). Singapore: Irwin/McGraw-Hill.

Sancar, C., & Şentürk, M. (2012). Artan Oranlı Vergi Tarifelerinin Vergi Ödeme Gücünün Kavranması Bakımından Değerlendirilmesi: Türkiye Örneği. *Akademik Bakış Dergisi*, *28*, 1-13.

Slemrod, J. (1998). The Economics of Taxing The Rich. *NBER Working Paper Series*, No: 6584, Alınan yer http://www.nber.org/papers/w6584.

Yılmaz, G. A. (2006). Türkiye'de Gelir Vergisi Tarifesinde Meydana Gelen Değişikliklerin Vergilendirmede Adalet İlkesi Bakımından Değerlendirilmesi. *Marmara Üniversitesi İİBF Dergisi*, *21*(1), 239-268.